Algebra liniowa I - wymagania minimum do kolokwium nr 1
Prowadzący ćwiczenia: dr Stefan Barańczuk

Wszystkie zadania należy zaopatrzyć w odpowiednie komentarze i sprawdzenia; podać odpowiedź! Zadania, których poprawność rozwiązania można łatwo sprawdzić muszą być rozwiązane bezbłędnie!

Zad. 1 Za pomocą algorytmu Gaussa rozwiązać w ciele $\mathbb{Z}/7$ układ równań

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

Wynik sprawdzić przez podstawienie, a następnie zapisać odpowiedź w postaci:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \ldots \begin{bmatrix} \ldots \\ \ldots \\ \ldots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ldots \\ \ldots \\ \ldots \end{bmatrix}$$

Zad. 2 Stosując twierdzenie Kroneckera-Capellego i wzory Cramera (nie stosując operacji elementarnych!) rozwiązać w ciele liczb rzeczywistych układ równań

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 9x_2 + 10x_3 = 3 \end{cases}$$

Dalej jak w zadaniu 1.

Zad. 3 Dana jest macierz o współczynnikach z ciała $\mathbb{Q}$:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Znaleźć macierz odwrotną A^{-1}, **używając operacji elementarnych, a nie wzoru**. Wynik sprawdzić, mnożąc uzyskaną macierz przez macierz A.

Zad. 4 Dana jest macierz o współczynnikach z ciała $\mathbb{Z}/13$:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 7 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Znaleźć macierz odwrotną A^{-1}, **używając wzoru z macierzą dołączoną, a nie operacji elementarnych**. Wynik sprawdzić, mnożąc uzyskaną macierz przez macierz A.

Zad. 5 Obliczyć wyznacznik macierzy

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 2322 & 140 & 2102 & 1202 \end{bmatrix} \in \mathrm{M}_{4,4}(\mathbb{Q})$$